

Miejsce  
na naklejkę

MFA-R1 1P-082

# EGZAMIN MATURALNY Z FIZYKI I ASTRONOMII

MAJ  
ROK 2008

## POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy 150 minut

### Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 12 stron (zadania 1–5). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania i odpowiedzi zapisz w wyznaczonym miejscu na to przeznaczonym przy każdym zadaniu.
3. W rozwiązaniach zadań rachunkowych przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku oraz pamiętaj o jednostkach.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Podczas egzaminu możesz korzystać z karty wybranych wzorów i stałych fizycznych, linijki oraz kalkulatora.
8. Na karcie odpowiedzi wpisz swoją datę urodzenia i PESEL. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.



Za rozwiązanie  
wszystkich zadań  
można otrzymać  
łącznie  
**60 punktów**

*Życzymy powodzenia!*

Wypełnia zdający przed  
rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

PESEL ZDAJĄCEGO

--	--	--

KOD  
ZDAJĄCEGO

**Rozwiązanie zadań należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.**

**Zadanie 1. Beczka (12 pkt)**

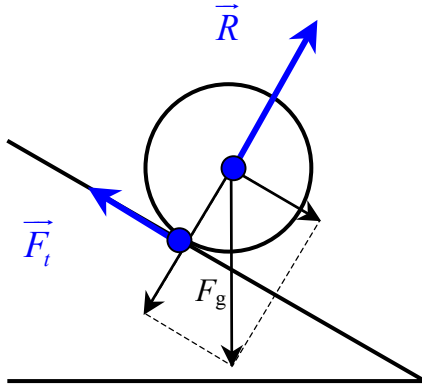
Do hurtowni chemicznej przywieziono transport blaszanych beczek z gipsem. W celu wyładowania beczek z samochodu położono pochylnię, tworząc w ten sposób równię pochyłą. Wysokość, z jakiej beczki staczały się swobodnie bez poślizgu wynosiła 100 cm. Beczki były ściśle wypełnione gipsem, który nie mógł się przemieszczać, i miały kształt walca o średnicy 40 cm. Masa gipsu wynosiła 100 kg.

W obliczeniach przyjmij wartość przyspieszenia ziemskiego równą  $10 \text{ m/s}^2$ , a beczkę potraktuj jak jednorodny walec. Masę blachy, z której wykonano beczkę pomini.

Moment bezwładności walca, obracającego się wokół osi prostopadłej do podstawy walca i przechodzącej przez jej środek, jest równy  $I = \frac{1}{2}mr^2$ .

**Zadanie 1.1 (2 pkt)**

Uzupełnij rysunek o pozostałe siły działające na beczkę podczas jej swobodnego staczania. Zapisz ich nazwy.



$\vec{R}$  – siła reakcji

$\vec{F}_t$  – siła tarcia

**Zadanie 1.2 (2 pkt)**

Oblicz wartość siły nacisku beczki na równię podczas staczania, jeżeli kąt nachylenia pochylni do poziomu wynosi  $30^\circ$ .

$$\cos \alpha = \frac{F_n}{F_g} \quad i \quad F_g = m \cdot g$$

	$\alpha = 30^\circ$	$\alpha = 60^\circ$
$\sin \alpha$	0,50	0,87
$\cos \alpha$	0,87	0,50
$\text{tg } \alpha$	0,58	1,73
$\text{ctg } \alpha$	1,73	0,58

Siła nacisku  $F_n = m \cdot g \cdot \cos \alpha$

$$F_n = 100 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,87$$

$$F_n \approx 870 \text{ N}$$

### Zadanie 1.3 (4 pkt)

Wykaż, że wartość prędkości liniowej beczki po stoczeniu się z pochylni jest równa  $3,65 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

$$m \cdot g \cdot h = \frac{I \cdot \omega^2}{2} + \frac{m \cdot v^2}{2} \text{ gdzie: } v = \omega \cdot r \text{ oraz } I = \frac{1}{2} m r^2$$

Zatem po podstawieniu:

$$m \cdot g \cdot h = \frac{m \cdot r^2 \omega^2}{4} + \frac{m \cdot v^2}{2} \quad g \cdot h = \frac{3v^2}{4}$$

$$v = 2 \sqrt{\frac{g \cdot h}{3}}$$

$$v = 2 \sqrt{\frac{10 \text{m/s}^2 \cdot 1 \text{m}}{3}} \quad v = 3,65 \text{m/s}$$

### Zadanie 1.4 (2 pkt)

Oblicz, korzystając ze związku pomiędzy energią i pracą, zasięg toczenia się beczki po poziomej trawiastej powierzchni. Przyjmij, że podczas toczenia się beczki po trawie działa na nią stała siła oporu o wartości 50 N, a wartość prędkości liniowej beczki po stoczeniu się z pochylni jest równa  $3,65 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

$F \cdot s = m \cdot g \cdot h$ , gdzie  $F$  oznacza siłę oporu

Zatem:

$$s = \frac{m \cdot g \cdot h}{F} \quad s = \frac{100 \text{kg} \cdot 10 \text{m/s}^2 \cdot 1 \text{m}}{50 \text{N}} \rightarrow s = 20 \text{m}$$

### Zadanie 1.5 (2 pkt)

Wykaż, że zmiana zawartości beczki z gipsu na cement (o innej niż gips masie), również ściśle wypełniająca beczkę, nie spowoduje zmiany wartości przyspieszenia kąowego, z jakim obraca się beczka wokół osi prostopadłej do podstawy beczki i przechodzącej przez jej środek.

$$\varepsilon = \frac{M}{I}$$

Zatem po podstawieniu  $M = \mu \cdot r \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha$  oraz  $I = \frac{1}{2} m r^2$

otrzymamy wyrażenie  $\varepsilon = \frac{\mu \cdot r \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha}{\frac{1}{2} m \cdot r^2}$ , a po przekształceniu i uproszczeniu

$$\varepsilon = \frac{2 \cdot \mu \cdot g \cdot \cos \alpha}{r}$$

Wynika z tego, że przyspieszenie kątowe, z jakim stacza się beczka, nie zależy od jej masy.

Wypełnia egzaminator!	Nr zadania	1.1.	1.2.	1.3.	1.4.	1.5.
	Maks. liczba pkt	2	2	4	2	2
	Uzyskana liczba pkt					

**Zadanie 2. Temperatura odczuwalna (12 pkt)**

Przebywanie w mroźne dni na otwartej przestrzeni może powodować szybką utratę ciepła z organizmu, szczególnie z nieosłoniętych części ciała. Jeżeli dodatkowo wieje wiatr, wychłodzenie następuje szybciej, tak jak gdyby panowała niższa niż w rzeczywistości temperatura, zwana dalej *temperaturą odczuwalną*. W poniższej tabeli przedstawiono wartości rzeczywistych oraz odczuwalnych temperatur dla różnych wartości prędkości wiatru.

Prędkość wiatru w km/h	Rzeczywista temperatura w °C							
	- 10	- 15	- 20	- 25	- 30	- 35	- 40	- 45
	Temperatura odczuwalna w °C							
10	- 15	- 20	- 25	- 30	- 35	- 40	- 45	- 50
20	- 20	- 25	- 35	- 40	- 45	- 50	- 55	- 60
30	- 25	- 30	- 40	- 45	- 50	- 60	- 65	- 70
40	- 30	- 35	- 45	- 50	- 60	- 65	- 70	- 75
50	- 35	- 40	- 50	- 55	- 65	- 70	- 75	- 80

Na podstawie: <http://www.if.pw.edu.pl/~meteo/meteoopis.htm> oraz [www.r-p-r.co.uk](http://www.r-p-r.co.uk)

**Zadanie 2.1 (1 pkt)**

Odczytaj z tabeli i zapisz, jaką temperaturę będą odczuwać w bezwietrzny dzień uczestnicy kuligu jadącego z prędkością o wartości 20 km/h (co jest równoważne wiatrowi wiejącemu z prędkością o wartości 20 km/h), jeżeli rzeczywista temperatura powietrza wynosi  $-15^{\circ}\text{C}$ .

*W opisanej sytuacji temperatura odczuwalna wynosi  $-25^{\circ}\text{C}$ .*

**Informacja do zadania 2.2 i 2.3**

Za niebezpieczną temperaturę dla odkrytych części ludzkiego ciała uważa się temperaturę odczuwalną równą  $-60^{\circ}\text{C}$  i niższą.

**Zadanie 2.2 (2 pkt)**

Podaj, przy jakich **wartościach** prędkości wiatru rzeczywista temperatura powietrza równa  $-30^{\circ}\text{C}$  jest niebezpieczna dla odkrytych części ciała stojącego człowieka.

*W sytuacji opisanej w zadaniu temperatura powietrza będzie niebezpieczna dla odkrytych części ludzkiego ciała przy prędkości wiatru wynoszącej 40 km/h lub więcej.*

**Zadanie 2.3 (2 pkt)**

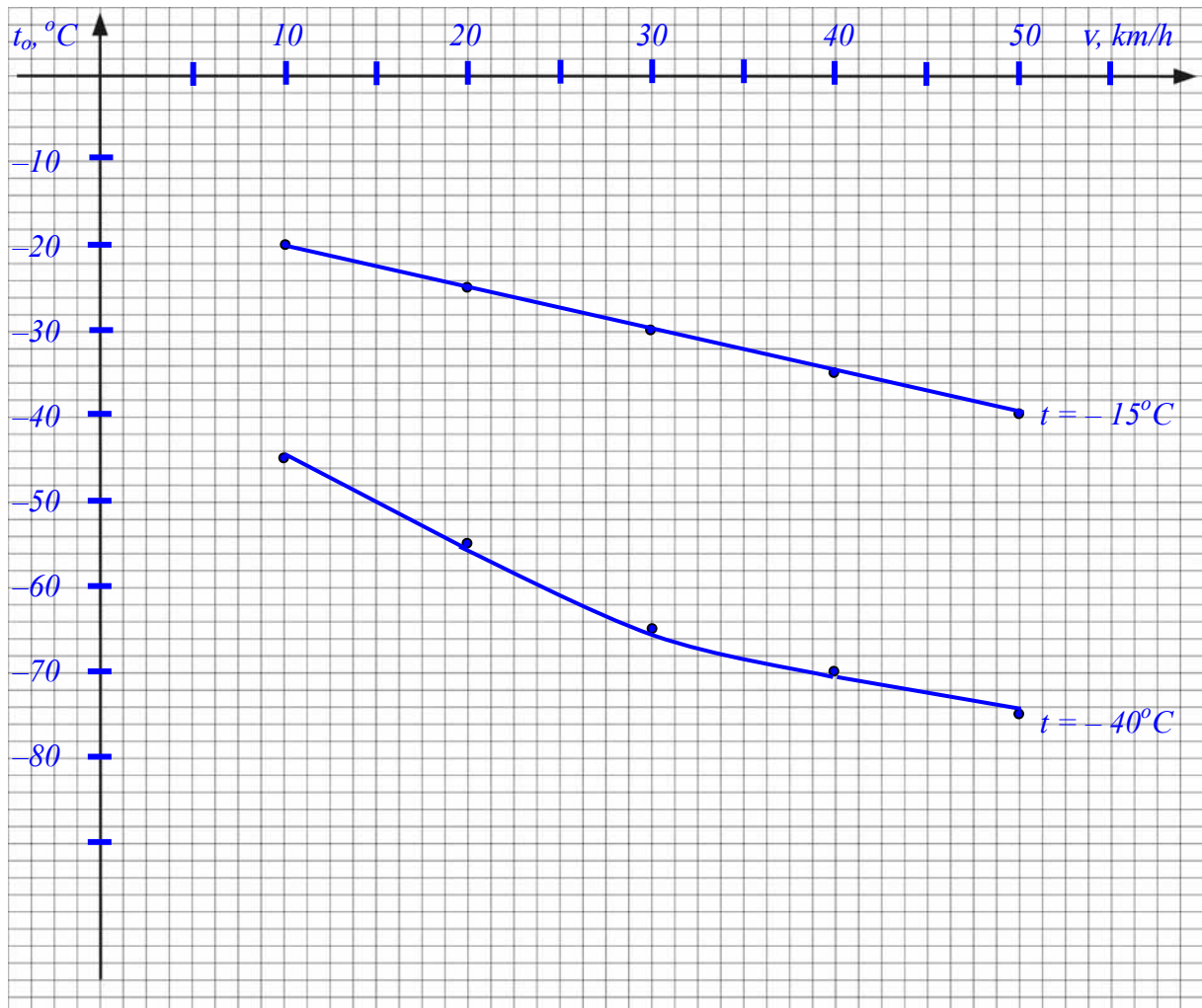
Analizując tabelę i **wykonując oraz zapisując konieczne obliczenia**, oszacuj minimalną wartość prędkości wiatru w temperaturze rzeczywistej równej  $-40^{\circ}\text{C}$ , przy której odczuwalna temperatura zaczyna być niebezpieczna dla stojącego człowieka.

*Z tabeli wynika, że dla temperatury rzeczywistej równej  $-40^{\circ}\text{C}$  temperatura odczuwalna staje się niebezpieczna dla stojącego człowieka przy prędkościach wiatru o wartości pomiędzy 20 km/h a 30 km/h. Wartość tej prędkości można oszacować, np.:*

$$v = \frac{20\text{km/h} + 30\text{km/h}}{2} = 25\text{km/h}$$

**Zadanie 2.4 (5 pkt)**

Naszkić w jednym układzie współrzędnych wykresy zależności temperatury odczuwalnej od wartości prędkości wiatru dla temperatury rzeczywistej  $-15^{\circ}\text{C}$  oraz  $-40^{\circ}\text{C}$ . Oznacz oba wykresy.



**Zadanie 2.5 (2 pkt)**

Przy braku wiatru temperatura odczuwalna może być nieco wyższa niż rzeczywista, jeśli człowiek nie wykonuje żadnych ruchów. Wyjaśnij tę pozorną sprzeczność. Uwzględnij fakt, że ludzkie ciało emituje ciepło.

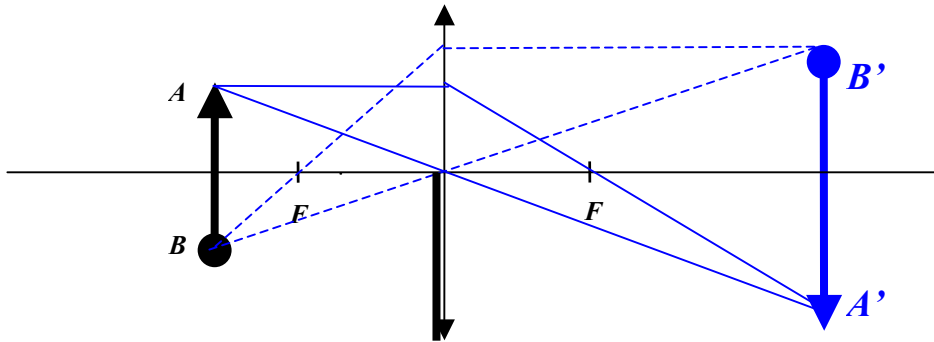
*Ciało ludzkie emituje do otoczenia ciepło, ogrzewając otaczające człowieka powietrze.*

*Jeśli nie ma wiatru lub człowiek nie wykonuje żadnych ruchów temperatura odczuwalna jest wyższa niż rzeczywista, gdyż w bezpośrednim otoczeniu człowieka temperatura powietrza jest wyższa.*

Wypełnia egzaminator!	Nr zadania	2.1.	2.2.	2.3.	2.4.	2.5.
	Maks. liczba pkt	1	2	2	5	2
	Uzyskana liczba pkt					

**Zadanie 3. Soczewki (12 pkt)****Zadanie 3.1 (2 pkt)**

Na rysunku poniżej przedstawiono świecący przedmiot **A-B** i soczewkę skupiającą, której dolną część zasłonięto nieprzezroczystą przesłoną. Uzupełnij rysunek, rysując bieg promieni pozwalający na **pełną konstrukcję** obrazu **A'-B'**.

**Zadanie 3.2 (4 pkt)**

Wykaż, wykonując odpowiednie obliczenia, że przy stałej odległości przedmiotu i ekranu  $l = x + y$ , spełniającej warunek  $l > 4f$ , istnieją dwa różne położenia soczewki pozwalające uzyskać ostre obrazy.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \text{ oraz } l = x + y \rightarrow x = l - y \text{ zatem po podstawieniu:}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{l-y} + \frac{1}{y} \rightarrow \frac{1}{f} = \frac{l}{(l-y) \cdot y}$$

Po przekształceniu otrzymuję:

$$y^2 - ly + l \cdot f = 0$$

Równanie kwadratowe ma dwa różne rozwiązania ( $y_1$  oraz  $y_2$ ), gdy  $\Delta > 0$ .

$\Delta = l^2 - 4l \cdot f$  zatem musi być spełniony warunek  $l \cdot (l - 4f) > 0$ , który sprowadza się do warunku  $(l - 4f) > 0$ , ponieważ zgodnie z treścią zadania  $l > 0$ .

Zatem  $l > 4f$

### Informacja do zadania 3.3 i 3.4

Zdolność skupiającą układu dwóch soczewek umieszczonych obok siebie można dokładnie obliczać ze wzoru

$$(1) \quad Z = Z_1 + Z_2 - d \cdot Z_1 \cdot Z_2 \quad \text{gdzie } d - \text{ odległość między soczewkami.}$$

Dla dwóch soczewek położonych blisko siebie można zastosować uproszczony wzór

$$(2) \quad Z = Z_1 + Z_2$$

#### Zadanie 3.3 (2 pkt)

W pewnym doświadczeniu użyto dwóch jednakowych soczewek o zdolnościach skupiających równych 20 dioptrii każda i umieszczonych w odległości 10 cm od siebie.

Wykaż, że jeżeli na układ soczewek, wzdłuż głównej osi optycznej, skierowano równoległą wiązkę światła, to średnica wiązki po przejściu przez układ soczewek nie uległa zmianie.

$$Z = Z_1 + Z_2 - d \cdot Z_1 \cdot Z_2$$

Po podstawieniu danych liczbowych:

$$Z = 20 \frac{1}{\text{m}} + 20 \frac{1}{\text{m}} - 0,1\text{m} \cdot 20 \frac{1}{\text{m}} \cdot 20 \frac{1}{\text{m}}$$

$$Z = 0 \frac{1}{\text{m}}, \text{ zatem układ soczewek nie zmienia biegu wiązki światła.}$$

#### Zadanie 3.4 (4 pkt)

Dwie jednakowe soczewki o zdolnościach skupiających 10 dioptrii każda umieszczono w powietrzu w odległości 1 cm od siebie.

Oszacuj bezwzględną ( $\Delta Z$ ) i względną ( $\Delta Z/Z$ ) różnicę, jaką uzyskamy, stosując do obliczenia zdolności skupiającej układu soczewek uproszczony wzór (2) zamiast wzoru (1) w opisanej sytuacji.

$$|\Delta Z| = |Z - Z'|, \text{ gdzie } Z = Z_1 + Z_2 - d \cdot Z_1 \cdot Z_2 \text{ oraz } Z' = Z_1 + Z_2$$

$$Z = Z_1 + Z_2 - d \cdot Z_1 \cdot Z_2$$

$$Z' = Z_1 + Z_2$$

$$Z = 10 \frac{1}{\text{m}} + 10 \frac{1}{\text{m}} - 0,01\text{m} \cdot 10 \frac{1}{\text{m}} \cdot 10 \frac{1}{\text{m}}$$

$$Z' = 10 \frac{1}{\text{m}} + 10 \frac{1}{\text{m}}$$

$$Z = 19 \frac{1}{\text{m}}$$

$$Z' = 20 \frac{1}{\text{m}}$$

Różnica bezwzględna:

Różnica względna:

$$|\Delta Z| = \left| 19 \frac{1}{\text{m}} - 20 \frac{1}{\text{m}} \right| \quad |\Delta Z| = 1 \frac{1}{\text{m}} \quad \left| \frac{\Delta Z}{Z} \right| = \frac{1 \frac{1}{\text{m}}}{19 \frac{1}{\text{m}}} \quad \left| \frac{\Delta Z}{Z} \right| = \frac{1}{19}$$

Wypełnia egzaminator!	Nr zadania	3.1.	3.2.	3.3.	3.4.
	Maks. liczba pkt	2	4	2	4
	Uzyskana liczba pkt				

**Zadanie 4. Żarówka (12 pkt)**

Opór elektryczny włókna pewnej żarówki w temperaturze  $0^{\circ}\text{C}$  wynosi  $88,1\ \Omega$ . Żarówkę dołączono do źródła prądu przemiennego o napięciu skutecznym  $230\ \text{V}$ . Podczas świecenia przez żarówkę płynął prąd o natężeniu skutecznym  $261\ \text{mA}$ , a opór włókna żarówki wskutek wzrostu temperatury wzrósł **dziesięciokrotnie**.

Opór elektryczny włókna zmienia się wraz ze wzrostem temperatury zgodnie z zależnością

$$R = R_0(1 + \alpha \cdot \Delta T) \quad \text{gdzie: } R_0 \text{ – opór w temperaturze } 0^{\circ}\text{C},$$

$$\alpha \text{ – temperaturowy współczynnik wzrostu oporu,}$$

$$\text{dla włókna tej żarówki jest równy } 5 \cdot 10^{-3}\ \text{K}^{-1},$$

$$\Delta T \text{ – przyrost temperatury włókna żarówki.}$$

**Zadanie 4.1 (2 pkt)**

Oblicz moc pobieraną przez świecącą żarówkę.

$$P = U_{sk} \cdot I_{sk}$$

$$P = 230\text{V} \cdot 0,261\text{A}$$

$$P \approx 60\text{W}$$

**Zadanie 4.2 (2 pkt)**

Oblicz natężenie skuteczne prądu w żarówce podczas włączania zasilania, **gdy temperatura włókna wynosi  $0^{\circ}\text{C}$** .

$$I_{sk} = \frac{U_{sk}}{R}$$

$$I_{sk} = \frac{230\text{V}}{88,1\Omega}$$

$$I_{sk} = 2,61\text{A}$$

**Zadanie 4.3 (2 pkt)**

Oblicz przyrost temperatury włókna żarówki po włączeniu żarówki i rozgrzaniu się włókna.

$$R = R_0(1 + \alpha \cdot \Delta T), \text{ stąd } \Delta T = \frac{R - R_0}{\alpha \cdot R_0}$$

Po wybraniu właściwych danych i podstawieniu otrzymuję:

$$\Delta T = \frac{881\Omega - 88,1\Omega}{5 \cdot 10^{-3}\ \text{K}^{-1} \cdot 88,1\Omega}$$

$$\Delta T = 1800\text{K}$$







